



GUIA – TALLER DE MATEMATICA GRADO UNDECIMO DOCENTE VICTOR RODRIGO CUERO ANGULO

Desempeño: Resuelve situaciones problema que involucran las inecuaciones o desigualdades matemáticas, en diferentes contextos, empleando los sistemas numéricos para representar su solución

CONSIGNA: hacer una lectura sobre el tema de inecuaciones y las clases de inecuaciones que se puedan presentar. Analizar los diferentes ejemplos que se presentan en cada una de las inecuaciones, si es posible revisar los enlaces que se proponen en la referencia bibliográfica y luego desarrollar en su cuaderno el taller propuesto. (El taller es tomado del libro guía. Para la representación gráfica de las soluciones de las inecuaciones tenga presente el tema de intervalo visto en clases anteriores)

INECUACIONES

CONCEPTUALIZACIÓN

Una inecuación es un enunciado que incluye la relación de orden: \leq, \geq .

Ejemplos: $3X - 7 > 4$; $-2x^2 + 4x + 8 \geq 0$; $5x + \frac{2}{3} \leq 6$

Inecuaciones lineales: Son aquellas en las cuales la variable tiene grado uno.

Se resuelven con un procedimiento muy similar al de las ecuaciones lineales, es decir, dejando las variables a un lado y los números al otro, pasando a efectuar la operación contraria.

A continuación, se presenta un ejemplo realizándolo por dos formas usted lo hace por la que mejor comprenda

Ejemplo 1:

$5X + 46 \geq 16$ despejamos la variable X

$5X + 46 - 46 \geq 16 - 46$ se resta 46 a ambos lados de la inecuación



(Aplicamos el inverso aditivo)

$$5X \geq -30$$

se reducen términos semejantes

$$5X / 5 \geq -30 / 5$$

se dividen ambos lados de la inecuación entre 5

(Aplicamos el inverso)

$$X \geq -6$$

nos dice que son todas la X mayores o iguales a -6

Solución en intervalo $[-6, \infty)$

Ejemplo 1:

$$5X + 46 \geq 16$$

despejamos la variable X hacemos transposición de términos

$$5X \geq 16 - 46$$

como el 46 esta positivo lo pasamos negativo

$$X \geq -30 / 5$$

hacemos la diferencia entre $16 - 46 = -30$ pasamos a dividir el 5 que multiplica a la variable X

$$X \geq -6$$

nos dice que son todas la X mayores o iguales a -6

Solución en intervalo $[-6, \infty)$

OJO " Se debe invertir la desigualdad si se pasa un número negativo a multiplicar o dividir. "

Ejemplo 2

$$5x - 3(3x - (3 - 2x)) \geq 2(3x - 4(5 - x))$$

Agrupamos los monomios según su parte literal como si se tratara de una ecuación:

$$5x - 3(3x - 3 + 2x) \geq 2(3x - 20 + 4x)$$

$$5x - 3(5x - 3) \geq 2(7x - 20)$$

$$5x - 15x + 9 \geq 14x - 40$$

$$-10x + 9 \geq 14x - 40$$

$$-24x \geq -49$$

Ahora, para aislar la incógnita tenemos que dividir la inecuación por su coeficiente, que es -24. Como este número es negativo, cambiamos el signo de desigualdad al dividir:



$$x \leq \frac{-49}{-24} = \frac{49}{24}$$

Por lo tanto la solución en intervalo es $(-\infty, 49/24]$

Inecuaciones cuadráticas Una inecuación de segundo grado con una incógnita es cualquier desigualdad que, directamente o mediante transformaciones de equivalencia, se pueden expresar de una de las formas siguientes:

$$ax^2+bx+c > 0; \quad ax^2+bx+c < 0; \quad ax^2+bx+c \geq 0 \quad \text{ó} \quad ax^2+bx+c \leq 0$$

Con **a, b** y **c** reales y **a** \neq 0

Ejemplo 1

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

Primero calculamos los valores para los que se cumple la igualdad. Para ello, cambiamos la desigualdad por una igualdad. De este modo tendremos una ecuación de segundo grado cuyas raíces determinan los extremos de los intervalos de las soluciones de la inecuación: para calcular las raíces utilizamos la fórmula general de la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde **a** = es el coeficiente que acompaña la variable elevada al cuadrado

b = es el coeficiente que acompaña la variable sin elevar al cuadrado

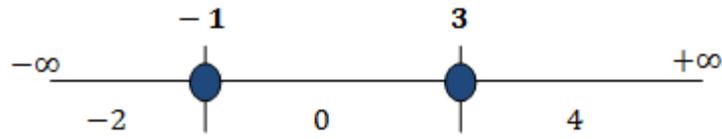
c = es el número que no tiene variable



$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 6/2 = 3 \\ -2/2 = -1 \end{cases}$$

Situamos las raíces en la recta real y obtenemos 3 intervalos:



Escogemos un número al azar de cada intervalo (por ejemplo, $x = -2$, $x = 0$ y $x = 4$) y comprobamos si para alguno de estos valores se cumple la inecuación. No importa cuál escogemos puesto que el signo de la inecuación se mantiene constante en cada intervalo.

Comprobamos:

$$-2 \rightarrow (-2)^2 - 2(-2) - 3 \geq 0 \rightarrow 4 + 4 - 3 = 5 \geq 0$$

$$0 \rightarrow (0)^2 - 2(0) - 3 \geq 0 \rightarrow -3 \not\geq 0$$

$$4 \rightarrow (4)^2 - 2(4) - 3 \geq 0 \rightarrow 16 - 8 - 3 = 5 \geq 0$$

Por tanto, la inecuación se verifica en dos de los intervalos:

$$x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

Inecuaciones con valor absoluto: para resolver estas inecuaciones debemos tener en cuenta las propiedades de valor absoluto y aplicar la que corresponde.

Propiedades del valor absoluto

- El valor absoluto siempre es mayor o igual que 0, siendo 0 sólo cuando su argumento es 0:



$$|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

- El valor absoluto de un producto es el producto de los valores absolutos de los factores:

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|,$$
$$\forall x, y \in \mathbb{R}$$

- Valor absoluto de la suma:

$$|x + y| \leq |x| + |y|,$$
$$\forall x, y \in \mathbb{R}$$

- Propiedad importante: si tenemos la desigualdad (menor o igual)

$$|x| \leq a$$

podemos escribir

$$-a \leq x \leq a$$

que es lo mismo que decir

$$-a \leq x \quad \& \quad x \leq a$$

(tienen que cumplirse ambas relaciones).

Dicho en forma de intervalos:

$$x \in [-a, a]$$

Si la desigualdad es (mayor o igual)

$$|x| \geq b$$

podemos escribir

$$x \leq -b \quad \cup \quad b \leq x$$



(es una unión: tiene que cumplirse una de las dos).

Dicho en forma de intervalos: $(-\infty, -b] \cup [b, \infty)$

Ejemplo 1:

$$|x| \leq 3$$

Escribimos la inecuación como

$$-3 \leq x \leq 3$$

Por tanto, la solución es

$$x \in [-3, 3]$$

Ejemplo 2:

$$|x - 1| \leq 3 \quad -3 \leq x - 1 \leq 3$$

Tenemos que resolver las dos inecuaciones. Sumamos a ambos lados 1

$$-3 + 1 \leq x - 1 + 1 \leq 3 + 1$$

$$: \quad -2 \leq x \leq 4$$

$$x \in [-2, 4]$$



Pensamiento numérico

Realiza todas las actividades en tu cuaderno.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Resuelve cada inecuación lineal. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a. $3x < 8$ b. $9x + 3 > 12$
c. $4x - 2 < -2$ d. $-6x > 12$
e. $-4x - 6 > -5$ f. $2x + 8 > 10$

2 Resuelve cada inecuación cuadrática. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a. $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ b. $x^2 - 2x + 1 < 0$
c. $x^2 - 6x + 8 > 0$ d. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$
e. $x^2 - 8x + 7 < 0$ f. $6x^2 - 3x - 3 > 0$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto. Escribe la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

- a. $|-3x + 4| < -1$ b. $|-x + 5| > -2$
c. $\left| \frac{x^2 - 1}{2} \right| \geq 1$ d. $\left| -\frac{6}{5}x - 1 \right| \leq 2$

4 Resuelve las inecuaciones realizando el procedimiento descrito: Primero, se hallan las raíces del numerador y del denominador. Luego, se representan estos valores en la recta real y se continúa el proceso como en las inecuaciones cuadráticas, evaluando las raíces en la expresión del lado izquierdo de cada inecuación.

- a. $\frac{3x + 1}{4x - 2} < 0$ b. $\frac{3x + 1}{4x - 2} \geq 0$
c. $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \geq 0$ d. $\frac{|4x + 5|}{x - 3} < 0$

Resolución de problemas

5 Interpreta y resuelve la inecuación que resulta de cada enunciado. Luego expresa la solución como un intervalo.

- a. Tres veces un número x , restado de 18 es menor que -90 .
b. Doce veces un número x restado de 34 es mayor que 8.

6 El cabello de Helena mide 4 cm de largo y crece a razón de 1,5 cm por mes. Helena quiere que su cabello crezca al menos 7 cm. ¿Cuántos meses debe esperar para que eso ocurra?

7 Una banda musical realizó una gira por tres ciudades, y logró reunir al menos 120 000 espectadores. En la primera ciudad la banda tuvo una audiencia de 45 000 y de 33 000 en la segunda. ¿Cuántas personas asistieron al concierto en la tercera ciudad?



Evaluación del aprendizaje

i Halla el conjunto solución de cada inecuación.

- ★ a. $x - 3 < 8$ b. $3x + 5 \geq 11$
c. $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$ d. $4x^2 + 7x - 2 < 0$
e. $|6x + 9| > 15$ f. $|3x| > 21$

ii Una camioneta pesa 890 kg. La diferencia entre el peso de la camioneta vacía y el peso de la carga que transporta debe ser por lo menos de 410 kg. Si la camioneta debe cargar cuatro cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una para que las pueda transportar?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

De las personas que hacen pública su orientación sexual diversa, el 80% han percibido el rechazo de su entorno social y por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas.

- ¿Qué significa la expresión "por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas"?



Referencias bibliográficas

- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/inecuaciones_dga/inecuaciones/inecuacion2.htm
- <https://www.matesfacil.com/ESO/inecuaciones/ejercicios-resueltos-inecuaciones.html>
- <https://es.slideshare.net/sitayanis/5-inecuaciones-con-valor-absoluto-9384355>
- <https://www.matesfacil.com/BAC/absoluto/valor-absoluto-inecuaciones-ejercicios-resueltos.html>

: